

EJERCICIOS REPRESENTACIÓN CON LÓGICA DE PREDICADOS (SEMANA 5)

1.

Del libro de "Artificial Intelligence. A Modern Approach" de Russel y Norvig (2ª edición), los ejercicios 8.6-8.12

8.6 Represent the following sentences in first-order logic, using a consistent vocabulary (which you must define):

a. Some students took French in spring 2001.

$$\exists x \text{Estudiante}(x) \wedge \text{Estudia}(x, \text{francés}, \text{primavera}, 2001)$$

b. Every student who takes French passes it.

$$\forall x [\text{Estudiante}(x) \wedge \text{Estudia}(x, \text{francés})] \longrightarrow \text{Aprueba}(x)$$

c. Only one student took Greek in spring 2001.

$$\exists x [\text{Estudiante}(x) \wedge \text{Estudia}(x, \text{griego}, \text{primavera}, 2001)] \wedge \neg \exists y [\text{Estudiante}(y) \wedge \text{Estudia}(y, \text{griego}, \text{primavera}, 2001) \wedge (y \neq x)]$$

d. The best score in Greek is always higher than the best score in French.

$$\forall x \forall y \text{NotaMáxima}(x, \text{griego}) \wedge \text{NotaMáxima}(y, \text{francés}) \longrightarrow \text{Mayor}(x, y)$$

e. Every person who buys a policy is smart.

$$\forall x \text{Persona}(x) \wedge \text{Compra}(x, \text{póliza}) \longrightarrow \text{Inteligente}(x)$$

f. No person buys an expensive policy.

$$\neg \exists x, y [\text{Persona}(x) \wedge \text{Póliza}(y) \wedge \text{Compra}(x, y) \wedge \text{Caro}(y)]$$

g. There is an agent who sells policies only to people who are not insured.

$$\exists x [\text{Agente}(x) \wedge \forall y \text{Persona}(y) \wedge (\text{Vende}(x, y, \text{póliza}) \longrightarrow \neg \text{Asegurado}(y))]$$

h. There is a barber who shaves all men in town who do not shave themselves.

$$\exists x [\text{Barbero}(x) \wedge \forall y (\text{Hombre}(y) \longrightarrow (\text{Pela}(x, y) \leftrightarrow \neg \text{Pela}(y, y)))]$$

i. A person born in the UK, each of whose parents is a UK citizen or a UK resident, is a UK citizen by birth.

$$\forall x [\text{Persona}(x) \wedge \text{Nacido}(x, \text{UK}) \wedge \exists y, z (\text{Hijo}(x, y, z) \wedge ((\text{Nacido}(y, \text{UK}) \vee \text{Residente}(y, \text{UK})) \wedge (\text{Nacido}(z, \text{UK}) \vee \text{Residente}(z, \text{UK})))) \longrightarrow \text{Ciudadano}(x, \text{UK})]$$

j. A person born outside the UK, one of whose parents is a UK citizen by birth, is a UK citizen by descent.

$$\forall x [\text{Persona}(x) \wedge \neg \text{Nacido}(x, \text{UK}) \wedge \exists y, z (\text{Hijo}(x, y, z) \wedge (\text{Nacido}(y, \text{UK}) \vee \text{Nacido}(z, \text{UK}))) \longrightarrow \text{Ciudadano}(x, \text{UK})]$$

8.7 Represent the sentence "All Germans speak the same languages" in predicate calculus.

Use *Speaks*(x, l), meaning that person x speaks language l.

$$\forall x, y (\text{Aleman}(x) \wedge \text{Aleman}(y) \longrightarrow (\text{Habla}(x, l) \leftrightarrow \text{Habla}(y, l)))$$

8.8 What axiom is needed to infer the fact $Female(Laura)$ given the facts $Male(Jim)$ and $Spouse(Jim, Laura)$?

$$\forall x, y [Hombre(x) \wedge Esposo(x, y) \rightarrow Mujer(y)]$$

$x = Jim \quad y = Laura$

8.9 Write a general set of facts and axioms to represent the assertion "Wellington heard about Napoleon's death" and to correctly answer the question "Did Napoleon hear about Wellington's death?"

Creemos el axioma $\forall x, y (Muerto(x) \rightarrow \neg Oir(x, y))$ que asegura que alguien no puede oír de alguien si está muerto.

8.10 Rewrite the propositional wumpus world facts from Section 7.5 into first-order logic. How much more compact is this version?

Las casillas adyacentes al hoyo tendrán brisa, las adyacentes a Wumpus olerán a fedor y las adyacentes al oro habrán un resplandor.

$$\forall b [Brisa(b) \iff \exists h (Hoyo(h) \wedge Adyacente(h, b))]$$

$$\forall p [Hedor(p) \iff \exists w (Wumpus(w) \wedge Adyacente(w, p))]$$

$$\forall r [Resplandor(r) \iff \exists o (Oro(o) \wedge Adyacente(o, r))]$$

Esta versión es más compacta debido a que no necesita una regla por

2.

De la relación de [Problemas de Lógica](#), los ejercicios 4 y 5, y la representación de la información en el ejercicio 6

4. Representa los siguientes hechos con lógica de predicados:

a) Algunas plantas no tienen flores

$$\exists x [Planta(x) \wedge \neg Flores(x)]$$

b) Cualquier edificio es habitable

$$\forall x [Edificio(x) \rightarrow Habitable(x)]$$

c) No hay delito sin causa

$$\neg \exists x [Delito(x) \wedge \neg Causa(x)]$$

d) Algunas personas son insoportables

$$\exists x [Persona(x) \wedge \neg Soportable(x)]$$

e) Existen personas que no comen carne

$$\exists x [Persona(x) \wedge \neg Come(x, carne)]$$

f) No es oro todo lo que reluce

$$\neg \forall x [Reluce(x) \rightarrow Oro(x)]$$

g) Ningún asesino es bondadoso

$$\neg \exists x [Asesino(x) \wedge Bondadoso(x)]$$

h) El que estudia, aprueba

$$\forall x [Estudia(x) \rightarrow Aprueba(x)]$$

i) No todos los animales son racionales

$$\neg \forall x [Animal(x) \rightarrow Racional(x)]$$

j) Existen personas que aman a todo el mundo

$$\exists x [Persona(x) \wedge \forall y (Persona(y) \rightarrow Ama(x, y))]$$

k) No es verdad que todas las personas no amen a todo el mundo

$$\neg \forall x [Persona(x) \rightarrow \neg \forall y (Persona(y) \rightarrow Ama(x, y))]$$

5. Evalúa las siguientes fórmulas cuando el dominio de x e y es $\{a, b\}$, $f(a)=a$, $f(b)=a$, y $p(a,a)=V$, $p(a,b)=F$, $p(b,a)=F$, y $p(b,b)=V$.

a) $\exists x \exists y p(x, y) \quad V, \quad x=y$

b) $\forall x \exists y p(x, y) \quad V, \quad x=y$

c) $\exists x \forall y p(x, y) \quad F, \text{ Para un } x, \text{ no toda } y \text{ es cierta}$

d) $\forall x \forall y p(x, y) \quad F, \text{ No toda } x \text{ es igual a toda } y$

e) $p(a, f(a)) \wedge p(b, f(b)) \quad F, \quad f(b)=a, \text{ por tanto } p(b, a)=F$

f) $\forall x \forall y (p(x, y) \rightarrow p(f(x), f(y))) \quad V, \quad F \rightarrow V \text{ es } V$

6. Expresa en sentencias de lógica de predicados las siguientes ideas y comprueba que los razonamientos son correctos utilizando la prueba por refutación y el principio de resolución.

a) Todas las personas no son altas. Todos los españoles son personas. Por tanto, todos los españoles no son altos.

$$\begin{aligned} \forall x [Persona(x) \rightarrow \neg Alta(x)] \\ \forall x [Español(x) \rightarrow Persona(x)] \end{aligned} \Rightarrow \forall x [Español(x) \rightarrow \neg Alta(x)]$$

b) Todos los mamíferos tienen pulmones. Los árboles no tienen pulmones. Por tanto, los árboles no son mamíferos.

$$\begin{aligned} \forall x [Mamífero(x) \rightarrow TienePulmones(x)] \\ \forall x [Árbol(x) \rightarrow \neg TienePulmones(x)] \end{aligned} \Rightarrow \forall x [Árbol(x) \rightarrow \neg Mamífero(x)]$$

c) Los planetas giran alrededor del Sol. La Tierra es un planeta. Por tanto, la Tierra gira alrededor del Sol.

$$\begin{aligned} \forall x [Planeta(x) \rightarrow Gira(x, Sol)] \\ \forall x [Tierra(x) \rightarrow Planeta(x)] \end{aligned} \Rightarrow \exists x [Tierra(x) \rightarrow Gira(x, Sol)]$$

d) Todos los marineros aman el mar. Algunos cordobeses son marineros. Por tanto, algunos cordobeses aman el mar.

$$\begin{aligned} \forall x [Marinero(x) \rightarrow Ama(x, mar)] \\ \exists x [Cordobés(x) \wedge Marinero(x)] \end{aligned} \Rightarrow \exists x [Cordobés(x) \wedge Ama(x, mar)]$$

e) Los ingleses hablan inglés. Los españoles no son ingleses. Algunos españoles hablan inglés. Por tanto, algunos que hablan inglés no son ingleses.

$$\begin{aligned} \forall x [Inglés(x) \rightarrow Habla(x, inglés)] \\ \forall x [Español(x) \rightarrow \neg Inglés(x)] \\ \exists x [Español(x) \wedge Habla(x, inglés)] \end{aligned} \Rightarrow \exists x [Habla(x, inglés) \wedge \neg Inglés(x)]$$

f) Ningún mamífero tiene sangre fría. Los peces tienen sangre fría. Los peces viven en el agua y nadan. Algunos mamíferos viven en el agua y nadan. Las ballenas tienen sangre caliente. Por tanto, las ballenas son mamíferos.

$$\begin{aligned} \forall x [Mamífero(x) \rightarrow \neg Sangre(x, fría)] \\ \forall x [Pez(x) \rightarrow Sangre(x, fría)] \\ \forall x [Pez(x) \rightarrow (Habitat(x, agua) \wedge Nadador(x))] \\ \exists x [Mamífero(x) \wedge Habitat(x, agua) \wedge Nadador(x)] \\ \forall x [Ballena(x) \rightarrow Sangre(x, caliente)] \end{aligned} \Rightarrow \forall x [Ballena(x) \rightarrow Mamífero(x)]$$

g) Si el reloj estaba adelantado, Juan llegó antes de las diez y vio partir el coche de Andrés. Si Andrés dice la verdad entonces, Juan no vio partir el coche de Andrés. O Andrés dice la verdad o estaba en el edificio en el momento del crimen. El reloj estaba adelantado. Por tanto, Andrés estaba en el edificio en el momento del crimen.

$\forall x [(\text{Reloj}(x) \wedge \text{Adelantado}(x)) \longrightarrow \exists y (\text{Juan}(y) \wedge \text{Llegada}(y, \text{Antes 10}) \wedge \text{Ver}(y, \text{coche}))]$
 $\forall x [(\text{Andrés}(x) \wedge \text{Dice}(x, \text{Verdad})) \longrightarrow \exists y (\text{Juan}(y) \wedge \neg \text{Ver}(y, \text{coche}))]$
 $\forall x [\text{Andrés}(x) \longrightarrow (\text{Dice}(x, \text{Verdad}) \vee \text{Estar}(x, \text{edificio}, \text{momento crimen}))]$
 $\forall x [\text{Reloj}(x) \longrightarrow \text{Adelantado}(x)]$
 $\forall x [\text{Andrés}(x) \longrightarrow \text{Estar}(x, \text{edificio}, \text{momento crimen})]$

h) Pepito recibe regalos en su cumpleaños y en su santo. Pepito no recibió regalos ayer. Por tanto, ayer no fue su cumpleaños ni su santo.

$\forall x [\text{Pepito}(x) \longrightarrow (\text{Recibe}(x, \text{regalos}, \text{cumple}) \wedge \text{Recibe}(x, \text{regalos}, \text{santo}))]$
 $\forall x [\text{Pepito}(x) \longrightarrow \neg \text{Recibe}(x, \text{regalo}, \text{ayer})]$
 $\forall x [\text{Ayer}(x) \longrightarrow (\neg \text{Cumpleaños}(\text{Pepito}, x) \vee \neg \text{Santo}(\text{Pepito}, x))]$

i) Marta va al cine siempre que tiene dinero o alguien le invita, y sólo en esos casos. Marta fue ayer al cine y nadie le invitó. Por tanto, Marta tenía dinero ayer.

$\forall x [(\text{Marta}(x) \wedge \text{Ir}(x, \text{cine})) \longleftrightarrow (\text{Tener}(x, \text{dinero}) \vee \exists y \text{Invitar}(y, x))]$
 $(\exists x [\text{Marta}(x) \wedge \text{Ir}(x, \text{cine})] \wedge \neg \exists y \text{Invitar}(y, x))$
 $\forall x [\text{Marta}(x) \longrightarrow \text{Tener}(x, \text{dinero})]$

3.

PROMPT: Escriba un conjunto general de hechos y axiomas para representar la aserción «Wellington oyó que Napoleón había muerto» y responda correctamente a la pregunta ¿Napoleón oyó que Wellington había muerto?.

No entiendo que quiere decir en este ejercicio, que tengo que hacer exactamente?

Este ejercicio es un clásico de **representación del conocimiento** y sirve para enseñarte que la lógica es muy "literal": el sistema solo sabe lo que tú le digas explícitamente a través de reglas (axiomas).

Lo que el ejercicio busca es que demuestres que la información fluye en un sentido, pero no necesariamente en el otro.

1. ¿Qué quiere decir el ejercicio?

Te pide que traduzcas la frase a fórmulas lógicas y luego compruebes si, con esas fórmulas, el sistema puede "deducir" que lo contrario también pasó.

- **Hecho:** Wellington oyó que Napoleón murió.
- **Pregunta:** ¿Implica eso que Napoleón también oyó que Wellington murió?
- **Sentido común:** ¡Claro que no! Napoleón está muerto, no puede oír nada. La lógica debe ser capaz de demostrar esa imposibilidad.

PROMPT: Quiero poner que y es distinta que x para sacar que uno solo estudia griego, se pone tal cual?

¡Exactamente! Se pone tal cual, pero hay un pequeño detalle técnico sobre **dónde** ponerlo para que la lógica "entienda" que esa x y esa y están relacionadas.

Para que funcione, la y debe estar "dentro del alcance" de la x . En lenguaje matemático, la

¿Por qué se pone así?

Si pones el $y \neq x$ suelto al final de todo, la fórmula no sabría quién es x . Al meterlo dentro del paréntesis del segundo cuantificador ($\exists y$), le estás dando una instrucción muy precisa a la lógica:

1. **Busca a alguien:** "Existe un x que estudia griego".
2. **Pon una regla:** "Y no permitas que exista un y que también estudie griego..."
3. **La excepción:** "...A MENOS QUE ese y sea la misma persona que x ". (Eso es lo que hace el $y \neq x$ dentro de la negación).

De estos dos aprendí a cómo hacer los ejercicios y entender mejor la lógica de predicados, además de saber usar nuevas herramientas que no conocía hasta el momento.